



UNIVERSITAT POMPEU FABRA

MODELITZACIÓ FACTORIAL EN EL MERCAT BORSARI ESPANYOL

*Adrián Pérez Catalán - Ferran Ibáñez Prat -
Javier Moreno Sepena - Andrés Jesús Neyra Pérez*

Tutora:

ELISA ALÒS

Juny 2020

Resum

Eugene Fama va ser guardonat amb el premi Nobel gràcies a la seva investigació sobre el preu dels actius. Millorat més endavant per Carhart (1997), el seu model de 3 factors, desenvolupat juntament amb Kenneth French, va assentar un precedent per ser més eficaç que el model clàssic *CAPM* a la hora d'explicar el valor de les carteres. Nosaltres tractarem d'implementar i comparar aquests models en el context del mercat espanyol. En concret proposarem dues noves formes de segmentació de les carteres: una, mitjançant l'ús de clústers basats en el criteri de Ward i, l'altra, basada en la distribució de la capitalització. Finalment, veurem que el model *Carhart* i el criteri basat en la distribució de la capitalització optimitzen l'estimació dels excessos dels retorns del mercat espanyol.

Paraules clau: Fama French, Tres factors, Carhart, Modelització, Anàlisi longitudinal, Clusterització, Finances, Mercat borsari, Espanya

Codi: EMC31

Índex

1	Introducció	2
1.1	Revisió bibliogràfica	3
1.2	Contribució i objectius	4
2	Marc teòric	5
2.1	Capital Asset Pricing Model	5
2.2	Model Fama French de tres factors	6
2.3	Model Carhart de quatre factors	8
3	Metodologia	8
3.1	Obtenció de les dades	8
3.2	Construcció de les carteres	9
3.3	Variables	12
3.4	Estimació	13
4	Anàlisi dels resultats	14
4.1	Formació de les carteres	14
4.2	Anàlisi de les variables explicatives	16
4.3	Estimació i avaluació	18
5	Conclusions	21
	Referències	24
	Apèndix	26
	Apèndix 1: Anàlisi univariant	26
	Apèndix 2: Regressions	30

1 INTRODUCCIÓ

Tal i com defineix la *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, l'estadística investiga i desenvolupa models per avaluar hipòtesis a la vista de fet empírics. Els àmbits d'aplicació són molt variats, des d'usos en el camp de la recerca biomèdica, passant pel control de la qualitat en processos industrials, fins a l'estudi de variables socioeconòmiques i, en tots, ha permès descobrir relacions molt importants que han esdevingut essencials per sostenir teories i polítiques.

El nostre interès per les finances i l'anàlisi de les dades longitudinals, ha resultat en l'estudi dels populars models de valoració de carteres que s'utilitzen per a explicar els retorns de qualsevol tipus d'actiu financer de renda variable. En aquest context, la necessitat d'elaborar uns models estadístics rigorosos i exactes, és essencial per tal d'identificar els factors principals que determinen el rendiment d'una cartera i, consegüentment, aconseguir una millor gestió d'aquesta.

El nostre objectiu és, per tant, estimar tres models per al mercat borsari espanyol. Un és el *Fama and French de 3 factors*, un altre, el *Carhart Model* o, altrament conegut com a *Fama French de quatre factors*; tots dos són, bàsicament, extensions del popular *Capital Asset Pricing Model (CAPM)*, que serà l'últim model que estimarem. No obstant, intentarem adaptar la metodologia utilitzada en la creació d'aquests models, desenvolupada a través d'anàlisis empíriques del mercat dels E.E.U.U., al context del mercat espanyol. La dificultat bàsica radica en l'absència d'un volum suficient d'empreses amb les característiques necessàries per calcular els factors del model de Fama French. En aquest sentit, mentre ells es basen en un criteri arbitrari de segmentació utilitzant la tècnica de la mediana, nosaltres utilitzarem primer la clusterització com a mètode de creació de carteres, i segon una divisió basada en el quartil 70% de la capitalització.

Hem decidit emmarcar l'estudi en un període caracteritzat per una conjuntura macroeconòmica inestable, recollint tant els efectes negatius que va deixar la crisi financera, com els de la crisi de l'Euro o com els del *Brexit*. La recerca està limitada entre l'any 2011 i el gener de 2020. El període posterior ha estat exclòs de la mostra per tal de no recollir l'efecte profundament negatiu que ha tingut el Covid-19 en els mercats financers, la qual cosa podria esbiaixar els nostres resultats.

L'estructura que seguirem és la següent. Primer, farem una revisió bibliogràfica dels models que analitzarem per entendre millor el context en el qual s'han desenvolupat. Tot

seguit, resumirem l'estructura matemàtica dels models analitzats per tal de poder fer una correcta interpretació en el moment que analitzem els resultats. Seguirem amb la metodologia emprada en la construcció dels models. Aquí radica bona part de l'aportació d'aquest estudi, ja que és on explicarem el perquè hem aplicat nous criteris en la construcció de les carteres. A continuació, analitzarem els resultats obtinguts on donarem resposta a quina és la millor metodologia i el millor model per aplicar al mercat espanyol. Finalment, conclourem amb els resultats més rellevants, els punts febles del nostre estudi i com podria proseguir la recerca en aquest camp després de la nostra aportació.

1.1 Revisió bibliogràfica

Els models de valoració de carteres tenen un component en comú: el *trade-off* entre el risc i el retorn esperat, on el risc es calcula a través de la variància dels retorns. Aquest principi es deriva del treball de Markowitz(1952) el qual ha estat la base de la Teoria de Selecció de Carteres i dels mercats de capital. Anys més tard, es desenvolupà el *Capital Asset Pricing Model (CAPM)*, el qual es deriva dels treballs realitzats per Treynor (1961), Sharpe (1964), Lintner (1965) i Mossin (1966). El *CAPM* estableix una relació lineal positiva entre el retorn esperat i el risc d'un actiu concret, és a dir, ensenya a un inversor la quantitat de risc que ha d'estar disposat a assumir per tal d'obtenir un determinat retorn esperat o quin és el retorn esperat per a un determinat nivell de risc. Aquest model suposa el naixement de les teories de valoracions d'actius (Fama and French, 2004) i ha estat un dels models més populars en la literatura financera.

Un dels problemes del *CAPM* es la hipòtesi que tots els inversors demanen prestat o donen crèdits al tipus d'interès sense risc que paguen els bons de l'Estat. Per tal de resoldre això, Jensen, Black and Schools (1972) proposaren una extensió del *CAPM* on es substitueix el tipus d'interès que paguen els bons de l'estat pel retorn de la cartera amb una beta igual a zero respecte a la cartera del mercat. En aquest mateix any, i posteriorment a Banz (1981), es trobà evidència empírica de que les empreses amb una mida petita, segons la seva capitalització, tendeixen a tenir uns retorns esperats més grans dels que prediu el model. Això és el que es denominà amb el *size-effect*. També, Rosenberg et al. (1985) van publicar una estratègia d'inversió basada en el *book-to-market equity*¹ (*BE/ME*), on es proposava comprar *value stocks*² (alt *BE/ME*) i vendre *growth stocks*

¹El *book to market equity* està definit com $\frac{\text{Fons Propis}}{\text{Capitalització}}$.

²Els populars *value stocks* es defineixen com aquelles empreses que cotitzen a un valor inferior segons

³ (baix BE/ME). En general, la simplicitat i generalització d'assumpcions del $CAPM$ ha estat el focus de crítiques d'aquest model.

Anys més tard, en el Fama and French (1992) es demostrà que les betes del model $CAPM$ estan en realitat absorbint el poder explicatiu de la capitalització i el BE/ME . Tot i que les betes sí que presenten poder explicatiu al període anterior a 1963, això s'acabà perdent al període 1963 – 90. Encara que altres variables com el PER també semblaven ser dels factors que causen variació en els retorns, quan aquest s'inclou en un model amb la capitalització i el BE/ME , al final acaba perdent poder explicatiu.

Consegüentment, es desenvolupà el model de 3 factors a Fama and French(1993) de forma inductiva, és a dir, a partir de les dades i sense una teoria al darrere. En l'article demostraren que hi ha 5 factors de risc entre els retorns de les accions i dels bons. Els dos factors relacionats amb els bons són la durada del bo i el risc de bancarrota i, els altres tres, són factors inherents al mercat: un factor general del mercat i dos factors relacionats amb la mida d'una empresa i el valor de l'empresa respecte el de mercat.

Poc després es desenvolupà el segon model que farem servir en el nostre estudi: el model de quatre factors proposat a Carhart (1997). En aquest darrer model, s'inclou el que es coneix com a *momentum*. Aquest darrer factor, havia estat prèviament definit per Jegadeesh and Titman (1993), els quals ja havien trobat evidència que els retorns positius tendeixen a durar més d'un any. Aquest factor, el defineixen com la diferència de preu en tan per cent que té un actiu en un any de diferència.

Aplicacions anteriors del model de Fama French al mercat espanyol es poden trobar per exemple a Jareño et al. (2018), on utilitzen una extensió del model Fama French de cinc factors que inclou com a regressor adicional el tipus d'interès a llarg termini, o també a Jareño et al. (2020), on fan us de la regressió quartílica per estimar, també, extensions del Fama French de 5 factors i així trobar un poder explicatiu dels regressors segons el quartil analitzat.

1.2 Contribució i objectius

La contribució d'aquest treball és doble. Per una banda, volem saber el percentatge de variabilitat en l'excés dels retorns que són capaços d'explicar els models $CAPM$, *Fama*

els seus fonamentals, tals com els dividendes, les vendes o els beneficis.

³Els *growthstocks* són aquelles empreses que s'identifiquen com a potencials candidates a millorar el rendiment del mercat degut al seu futur potencial. No obstant, acostumen a tenir un risc molt més elevat en comparació als *valuestocks*.

French de 3 factors i el *Carhart* en el mercat borsari espanyol i, per tant, quin seria el més adequat d'utilitzar.

D'altra banda, la metodologia empresa pels autors en la construcció de carteres ha de ser convenientment modificada per tal d'adaptar-se al context d'un mercat diferent. En concret, la nostra mostra està formada per una gran quantitat d'empreses petites i en el moment de construir les carteres segons capitalització utilitzant la tècnica proposada pels autors, aquesta no tindria sentit ja que estaríem agrupant empreses molt petites en una cartera que hauria d'estar assignada a empreses d'alta capitalització. En aquest sentit, nosaltres proposarem una nova metodologia basada en el criteri de Ward (1963), mètode molt utilitzat en l'anàlisi de clústers jeràrquics. A l'apartat de metodologia, ens centrarem més en explicar el seu funcionament així com els avantatges i desavantatges. També, compararem una tercera metodologia basada en els quartils 70% i 30% en comptes del quartil 50% tal i com fan Fama i French en l'article original. D'aquesta forma compararem els resultats obtinguts dels tres models utilitzant les tres metodologies i donarem resposta a quina és la millor.

2 *MARC TEÒRIC*

En aquesta secció s'expliquen els tres models proposats en el nostre estudi per a explicar els retorns esperats dels actius financers així com la interpretació dels coeficients estimats.

2.1 *Capital Asset Pricing Model*

Com s'ha mencionat prèviament, el *CAPM* estableix una relació entre els retorns esperats i el risc sistemàtic dels actius financers el qual és àmpliament conegut com el risc que no es pot diversificar ja que és inherent en el mercat.

L'equació que descriu aquesta relació és la següent:

$$E(R_j) = r + \beta_{jm}[E(R_m) - r] \quad \forall j \quad (1)$$

$$\beta_{jm} = \frac{Cov(R_j, R_m)}{Var(R_m)}$$

On:

j: Actiu Financer

r : tipus d'interès lliure de risc

$[E(R_m) - r]$: prima de risc de la cartera de mercat ⁴

Tot i així, el model economètric que s'acostuma a fer servir és el següent:

$$r_{jt} - r_{ft} = \alpha_j + \beta_j(r_{mt} - r_{ft}) + u_{jt} \quad (2)$$

$$\beta_{jm} = \beta_j = \frac{Cov(r_{jt}, r_{mt})}{Var(r_{mt})}$$

On:

r_{jt} : retorn de l'actiu j al període t

r_{ft} : tipus d'interès lliure de risc al període t

α_j : terme constant de la cartera j

r_{mt} : retorn de la cartera de mercat al període t

u_{jt} =residu

La constant del model, altrament coneguda com a *Jensens Alpha*, es pot interpretar com una mesura de rendiment ajustada al risc que representa la rendibilitat mitjana d'una cartera o inversió, per sota o per sobre de la prevista pel *CAPM*, donada la beta de la cartera i el retorn mitjà de la cartera de mercat.

La interpretació del coeficient de la prima de risc del mercat és la següent:

- Si $\beta_{1,j} > 1$, l'actiu és més volàtil que el mercat.
- Si $\beta_{1,j} < 1$, l'actiu és menys volàtil que el mercat.
- Si $\beta_{1,j} = 1$, l'actiu és igual de volàtil que el mercat.

2.2 Model Fama French de tres factors

Com hem esmentat prèviament, aquest model és una extensió del *CAPM* on s'inclouen les variables *Small Minus Big* (SMB) i *High Minus Low* (HML) tal i com es descriu a Fama and French(1993). La relació és, com ja s'ha mencionat, plenament empírica sense cap teoria al darrere. Per tant, el model economètric que es fa servir és:

⁴La cartera de mercat està composta per tots els actius d'una economia determinada, on aquests es ponderen segons el seu valor de mercat.

$$r_{jt} - r_{ft} = \alpha_{jt} + \beta_{1,j}(r_{mt} - r_{ft}) + \beta_{2,j}SMB_t + \beta_{3,j}HML_t + u_{jt} \quad \forall j \quad (3)$$

On:

$\beta_{2,j}$: coeficient de SMB

$\beta_{3,j}$: coeficient de HML

SMB_t =diferència de la mitjana dels retorns entre empreses grans i petites

HML_t =diferència de la mitjana dels retorns entre empreses *value* i *growth*

u_{jt} =residu

En aquesta especificació, la variable SMB_t és inclosa amb l'objectiu de capturar el risc dels retorns relacionat amb la mida de l'empresa determinada per la capitalització de mercat. Teòricament, les empreses petites haurien de tenir uns retorns superiors als de les empreses grans (*size effect*) ja que aquestes tenen un major risc, Banz (1981). La variable HML_t s'inclou amb l'objectiu de replicar el risc que es deriva del BE/ME . Teòricament, els retorns dels *value stocks* han de ser superiors als retorns dels *growth stocks* (*value effect*).

La interpretació del coeficient de l' SMB_t és la següent:

- Si $\beta_{2,j} > 0$, la cartera està formada principalment per accions d'empreses amb una capitalització petita.
- Si $\beta_{2,j} < 0$, la cartera està formada principalment per accions d'empreses amb una capitalització gran.

La interpretació del coeficient de l' HML_t és la següent:

- Si $\beta_{3,j} > 0$, la cartera està formada principalment per accions d'empreses considerades *value*.
- Si $\beta_{3,j} < 0$, la cartera està formada principalment per accions d'empreses composta per accions d'empreses considerades *growth*.

2.3 Model Carhart de quatre factors

Finalment, tal i com es proposa a Carhart (1997), s'elabora una extensió del FF3 amb l'WML com a nova variable per a explicar els retorns. Aquesta equació es pot expressar de la següent forma:

$$r_{jt} - r_{ft} = \alpha_{jt} + \beta_{1,j}(r_{mt} - r_{ft}) + \beta_{2,j}SMB_t + \beta_{3,j}HML_t + \beta_{4,j}WML_t + u_{jt} \quad \forall j \quad (4)$$

On:

WML_t : diferència de la mitjana dels retorns entre les empreses guanyadores i les perdedores

El *momentum* s'inclou amb l'objectiu de tenir en compte l'excés de retorn causat pel *momentum effect* el qual, com hem esmentat anteriorment, proposa que actius amb retorns postius tendeixen a durar més d'un any (Jegadeesh and Titman, 1993).

La interpretació del coeficient de l' WML_t és la següent:

- Si $\beta_{4,j} > 0$, la cartera està formada principalment per accions d'empreses guanyadores.
- Si $\beta_{4,j} < 0$, la cartera està formada principalment per accions d'empreses perdedores.

3 METODOLOGIA

En aquesta secció explicarem com i d'on hem obtingut les dades, com hem calculat les variables explicatives del model i com hem aplicat el criteri de Ward i el 70/30 en la construcció de les carteres. Volem destacar, que el procés de formació de les carteres i del càlcul de les variables ha estat mitjançant el programa SAS, mentre que les regressions i els gràfics s'han creat a partir del programa de computació estadística R.

3.1 Obtenció de les dades

Les diverses variables que confeccionen els models a analitzar precisen informació referent al tipus d'interès fixat pel govern espanyol a les seves emissions de lletres a 12 mesos, a la capitalització de les empreses a gener de l'any t-1, al patrimoni net a dia de tancament fiscal de l'any t-1, i al preu de tancament ajustat de cada empresa pertanyent a la mostra.

Per calcular la capitalització, primer hem utilitzat els estats financers anuals publicats per cada empresa per tal d'obtenir les accions en circulació de l'any t . Seguidament, i per cada empresa, les hem multiplicat pel preu ajustat a gener de l'any t . El patrimoni net l'hem obtingut de la base de dades "Amadeus" i, en els casos que faltaven dades, directament de la pàgina web oficial de la "Comisión Nacional del Mercado de Valores". Els tipus d'interès mensuals han estat agafats de la pagina web del "Banco de España - Estadísticas - 19. Tipos de interés y tipos de cambio". Per últim, els preus de tancament ajustats per a cada empresa els hem obtingut de les pàgines web d' "Investing.com - Stock Market Quotes & Financial News" i "Yahoo Finance - Stock Market Live, Quotes, Business & Finance News".

També, és important mencionar que durant la recopilació de dades no ha estat possible trobar informació sobre algunes empreses en àmbits com el de la capitalització o el patrimoni net per certs anys concrets. En aquest sentit, hem decidit excloure totes aquelles empreses per les que no ha sigut possible trobar aquestes informacions.

3.2 Construcció de les carteres

Pel model de 3 factors hem ordenat les empreses per capitalització i BE/ME . A continuació, segons la capitalització, hem dividit la mostra en empreses grans (B) i petites (S), utilitzant com a punt de tall la mediana. Paral·lelament, segons el BE/ME , hem dividit la mostra en tres, alt(H), mitjà (M) i baix (L) BE/ME , en els quantils 30%, 30%-70% i 70%-100% respectivament. Seguidament, hem construït 6 carteres diferents: S/H, B/H, S/M, B/M, S/L i B/L. A cada cartera hem calculat els retorns mensuals ponderats segons capitalització entre el mes de gener de l'any t al mes de gener de l'any $t+1$, moment en el que les 6 carteres es reformularan de nou. Encara que en l'article original es formen més carteres per ser evaluades, degut a l'abast d'aquest estudi i les característiques de la nostra mostra utilitzarem aquestes sis.

Taula 1: Carteres basades en la capitalització i el BE/ME

BE/ME	H	M	L
Capitalització			
B	BH	BM	BL
S	SH	SM	SL

Font: Elaboració pròpia

En el model *Carhart*, es formen 6 carteres més segons la capitalització i el factor *momentum*. Per la primera variable, la mostra es divideix de la mateixa forma que en

el model de 3 factors. Pel factor *momentum*, es formen tres grups: el grup d'empreses guanyadores (Wi), que està composta pel 30% d'empreses amb la rendibilitat més alta a l'any t; el grup d'empreses perdedores (Lo), que està compost per el 30% d'empreses amb la rendibilitat més baixa a l'any t, i el grup d'empreses neutrals (Me), que està compost pel 40% d'empreses restants a l'any t. D'aquesta forma, en resulten les següents carteres: S/Wi, S/Lo, S/Me, B/Wi, B/Me i B/Lo.

Taula 2: Carteres basades en la capitalització i el *momentum*

<i>Momentum</i>	Wi	Me	Lo
Capitalització			
B	BWi	BMe	BLo
S	SWi	SMe	SLo

Font: Elaboració pròpia

No obstant, pensem que la metodologia utilitzada pels autors en la construcció de les carteres no és extrapolable al nostre estudi degut a les característiques de la distribució de la mostra.

Per tal de millorar l'aplicació del model a les dades, hem fet servir dos nous mètodes en la partició de les empreses i que suposa la nostra principal aportació a la literatura que estudia aquest tipus de models. Aquests mètodes proposats són una partició arbitrària del quantil 70% per la capitalització i una partició basada en el mètode de clusterització per la capitalització, el *BE/ME* i el *momentum*.

Pel que fa al primer mètode, es pot observar a través de les distribucions de la capitalització (veure Taula 1, apèndix 1) que un dels problemes de la mostra és la preponderació d'empreses amb una capitalització baixa. A més, estan molt concentrades en un mateix nivell i, consegüentment, fa més difícil separar 2 grups completament diferenciats segons la mida de la capitalització. Si seguíssim el mètode 50/50 proporcionat per Fama and French(1993), empreses amb mides molt semblants serien introduïdes en carteres diferents, cosa que ens fa pensar que podria esbiaixar els nostres resultats i subestimar el factor de risc associat a la capitalització. Amb l'objectiu d'evitar això i basats en una anàlisi visual de les distribucions de les capitalitzacions, creiem que el 70% pot ser un bon punt de tall ja que sembla que els diferents grups d'empreses estan més diferenciats.

El segon mètode utilitzat és bastant més sofisticat. Ens hem basat en el criteri de Ward (1963) o de la variància mínima per tal de fer una correcta segmentació. Creiem que aquest criteri és més robust a l'hora de fer les segmentacions ja que aquestes estaran basades en les distribucions de la capitalització, *BE/ME* i *momentum*. El principal problema

que presenta aquesta metodologia respecte la tradicional, és que crea carteres buides (veure Taula 3). Tot i que pugui semblar un gran inconvenient, més tard veurem com hem ponderat el càlcul de les variables per tal de no tenir en compte aquestes carteres. D'altra banda, l'avantatge que proporciona aquesta metodologia respecte la tradicional en el nostre context és que les carteres formades per aquest criteri estaran compostes per empreses amb un grau de similaritat molt superior al de les tradicionals, fet que voldrà dir que estarem creant unes carteres consonants amb la distribució de la capitalització i el factor de risc associat a la capitalització serà consistent.

Un contratemps derivat de la mostra d'empreses, és que n'hi ha de molt grans en termes de capitalització. En concret, aquestes estaven situades a 2.5 desviacions estàndards respecte la mitjana mostral, fet que desencadenava que el criteri de Ward creés una cartera específicament per aquestes empreses. Per solucionar això, primer les vam excloure del procés de clusterització i, un cop finalitzat, les vam tornar a incloure a la cartera d'empreses grans. El mateix contratemps el vam tenir en el procés de clusterització basat en el *BE/ME* i el *momentum*. Així que vam decidir aplicar el mateix remei que abans.

Finalment, mitjançant una anàlisi de residus dels diferents models, gràcies a la *cook's distance* (Cook, 1977) vam adonar-nos que hi havia certs valors atípics que influïen molt en les estimacions de les regressions. Vam detectar que provenien d'empreses amb un volum de negociació d'accions realment petit i, per aquest motiu, vam decidir excloure-les de l'anàlisi.

Per entedre més bé l'ús del criteri de Ward, definirem a grans trets el seu funcionament. En aquest, la dissimilitat dels clústers està basada en la distància Euclidiana respecte els seus centroides multiplicada per un factor (Kaufman and Rousseeuw, 1990):

$$d^2(R, Q) = \frac{2|R||Q|}{|R| + |Q|} \|\bar{x}(R) - \bar{x}(Q)\|^2 \quad (5)$$

On R i Q són dos clústers qualssevol. El procés que agrupa clústers en cada etapa utilitza com a funció objectiu l'error de la suma de les distàncies Euclidianes entre els individus pertanyents a cada clúster i el seu centroide al quadrat (ESS):

$$ESS(C) = \sum_{i \in C} \|x_i - \bar{x}(C)\|^2 \quad (6)$$

On x_i és el valor de l'individu i pertanyent al clúster C . En el nostre cas, x_i és la

capitalització, el *BE/ME* i el *momentum* d'una empresa concreta, $\bar{x}(C)$ és la mitjana d'una cartera basada en la capitalització, *BE/ME* o *momentum*. En cas que hi haguessin quatre clústers, l'agrupació pot ser avaluada per la suma dels quatre errors de les sumes al quadrat:

$$ESS_{(quatregrups)} = ESS_{(Grup1)} + ESS_{(Grup2)} + ESS_{(Grup3)} + ESS_{(Grup4)} \quad (7)$$

En cada etapa es fusionaran aquells clústers que minimitzin el total de la ESS, la qual només podrà incrementar o romandre igual respecte al seu valor anterior. De fet, a Kaufman and Rousseeuw (1990) es conclou que:

$$\Delta ESS = \frac{1}{2}d^2(A, B) \quad (8)$$

on A i B són dos clústers qualsevol. Conseqüentment, l'algoritme de Ward estarà agrupant aquells clústers que tinguin una dissimilaritat mínima. En el nostre cas, el procés de fusió s'allargarà fins el moment que en resultin dos clústers en relació a la capitalització, tres en relació el *BE/ME* i tres més en relació el *momentum*. Aquestes seran les segmentacions que utilitzarem en el procés de creació de carteres.

Respecte la classificació segons el *BE/ME*, cal destacar que tal i com s'indica a la taula 9 de l'apèndix 1, la classificació proposada del 70/30% sembla ser una bona opció a l'hora de crear carteres. La distribució del *BE/ME* és força irregular al llarg dels anys, amb moltes observacions concentrades al voltant de la mitjana i una presència constant de valors atípics. Finalment, el *momentum* també sembla mostrar una distribució força irregular al llarg del temps amb una gran freqüència de valors extrems i una desviació estàndard elevada.

3.3 Variables

Les variables que es fan servir en els models són la prima de risc, l'SMB, l'HML i l'WML. La computació de la variable prima de risc és directe i ja s'ha observat en l'explicació dels models, de forma que en aquesta secció ens centrarem sobretot en quina és la fórmula per a calcular les altres tres variables. Seguirem el mètode proposat per Fama and French(1993) i Carhart (1997). Com hem esmentat anteriorment, el criteri de Ward forma algunes carteres buides i, per això, el càlcul de l'SMB l'hem ajustat adequadament.

La variable SMB és la diferència dels retorns mitjans entre les carteres d'alta i de baixa capitalització. Totes les carteres reben una mateixa ponderació a l'hora de calcular el retorn mitjà. Aleshores, donada la divisió de carteres mencionada prèviament, l'SMB es defineix de la següent manera:

$$SMB_t = \frac{(S/H)_t + (S/M)_t + (S/L)_t}{3} - \frac{(B/H)_t + (B/M)_t + (B/L)_t}{3} \quad (9)$$

(9) Equació utilitzada a la cartera formada per quantils

$$SMB_t = \frac{(S/H)_t + (S/M)_t + (S/L)_t}{3} - \frac{(B/M)_t + (B/L)_t}{2} \quad (10)$$

(10) Equació utilitzada a la cartera formada per clústers

Respecte la variable HML, no totes les carteres són utilitzades en la seva computació. Només se'n fan servir dues, aquelles amb un alt i baix BE/ME , les quals són denominades *value* i *growth* respectivament. Tal i com s'ha fet anteriorment, es calcula la diferència de les mitjanes amb una mateixa ponderació de les carteres d'alt i baix:

$$HML_t = \frac{(S/H)_t + (B/H)_t}{2} - \frac{(S/L)_t + (B/L)_t}{2} \quad (11)$$

(11) Equació utilitzada a la cartera formada per quantils

$$HML_t = (S/H)_t - \frac{(S/L)_t + (B/L)_t}{2} \quad (12)$$

(12) Equació utilitzada a la cartera formada per clústers

Finalment, ens centrem en la variable WML. Aquesta es calcula a partir de les diferències entre les carteres guanyadores i les perdedores amb l'objectiu d'incloure el risc associat al *momentum* en el model. La seva expressió matemàtica és la següent:

$$MOM_t = \frac{(S/Wi)_t + (B/Wi)_t}{2} - \frac{(S/Lo)_t + (B/Lo)_t}{2} \quad (13)$$

3.4 Estimació

Per estimar els tres models utilitzarem el mètode dels mínims quadrats ordinàris en línia amb el treball original de Fama and French (1993). A continuació, hem realitzat

tots els procediments necessaris per assegurar que totes les assumpcions del model es compleixen. Primer, hem comprovat la distribució de les variables i si complien la propietat d'estacionarietat, fonamental en l'anàlisi de sèries temporals. Seguidament, hem assegurat que no hi hagués presència de multicolinealitat en els models mitjançant l'ús del *Variance Inflation Factor* (VIF), que està definit de la següent manera:

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_i^2} \quad \text{on} \quad R^2 = \frac{SQE}{SQT} = \frac{\sum_i (Y_i - \bar{Y})^2}{\sum_i (Y_i - \bar{Y})^2 + \sum_i (u_i - \bar{u})^2}$$

L' R^2 que observem en aquesta expressió matemàtica no és res més que el coeficient de determinació obtingut de la regressió de la variable explicativa de la qual es vol obtenir el VIF en la resta de regressors. Com més alt sigui el valor del VIF, més colinealitat té una variable explicativa amb la resta de variables. Els valors òptims per als quals no hi ha problemes de multicolinealitat es troben entre 0,2 i 4 (Hair et al., 2010).

Finalment, per saber quin model i metodologia és millor ens centrarem en l'indicador R quadrat ajustat (\bar{R}^2). És una variació del coeficient de determinació que penalitza la inclusió de noves variables en el model. Aquest, està definit de la següent forma:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT} = \frac{\frac{\sum_i (u_i - \bar{u})^2}{n-k}}{\frac{\sum_i (Y_i - \bar{Y})^2 + \sum_i (u_i - \bar{u})^2}{n-1}}$$

On n és el nombre d'observacions i k el nombre de regressors.

4 ANÀLISI DELS RESULTATS

Seguidament, explicarem els resultats obtinguts de la creació de carteres, farem una anàlisi mostral de les variables que configuren els models i acabarem amb les taules resum de les estimacions dels models.

4.1 Formació de les carteres

Les taules 3, 4 i 5 ens proporcionen informació sobre el nombre d'empreses que formen cada cartera al llarg del període analitzat. Per les carteres basades en capitalització, la metodologia Fama French construeix unes carteres equilibrades en termes del nombre d'empreses que les formen. Cal destacar la cartera B/M que en mitjana està formada per 24 empreses així com la B/H, que és la que té el menor nombre d'empreses en mitjana de les 6. També, veiem que hi ha una tendència de les empreses petites amb un

Taula 3: Nombre d'empreses a cada cartera segons la metodologia Fama French

CARTERA	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	Mitjana
SL	10	14	15	13	16	19	20	20	19	16
SM	15	15	14	15	16	19	21	26	23	18
SH	26	19	19	23	20	19	18	14	17	19
BL	17	15	14	17	15	16	16	20	19	17
BM	24	25	25	19	27	26	25	25	25	24
BH	6	8	9	12	10	14	17	15	17	12
BWi	13	19	18	19	12	11	16	16	23	16
BMe	17	18	24	23	24	29	27	30	23	24
BLo	15	11	6	6	13	15	10	14	14	12
SWi	10	11	24	7	16	29	17	19	13	16
SMe	19	20	15	18	16	16	19	16	25	18
SLo	20	17	8	22	16	10	22	22	22	18
Mida de la mostra	94	96	96	99	104	113	117	120	120	

Font: Elaboració pròpia

Taula 4: Nombre d'empreses a cada cartera segons 70/30

CARTERA	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	Mitjana
SL	17	20	21	20	23	27	27	27	26	21
SM	23	23	24	22	27	30	34	38	34	28
SH	26	24	22	27	24	23	22	18	20	23
BL	10	9	8	10	8	8	9	13	12	10
BM	16	17	15	12	16	15	12	13	15	15
BH	2	3	6	8	6	10	13	11	13	8
BWi	5	11	9	14	8	8	11	12	15	10
BMe	12	12	17	13	12	14	17	17	13	14
BLo	9	6	3	3	8	10	4	8	9	7
SWi	14	17	33	12	20	32	22	23	21	22
SMe	24	26	22	28	28	31	29	29	35	28
SLo	26	22	11	25	21	15	28	28	27	23
Mida de la mostra	94	96	96	99	104	113	117	120	120	

Font: Elaboració pròpia

Taula 5: Nombre d'empreses a cada cartera pel criteri de Ward

CARTERA	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	Mitjana
SL	57	60	58	77	45	91	102	104	83	75
SM	23	18	25	1	35	1	1	1	15	13
SH	2	1	2	1	1	1	1	1	1	1
BL	11	17	7	20	13	20	13	14	19	15
BM	1	0	4	0	10	0	0	0	2	2
BH	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BWi	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0
BMe	9	7	2	10	12	5	0	9	7	8
BLo	6	9	9	10	10	14	13	5	13	10
SWi	2	18	3	2	1	2	1	3	1	4
SMe	44	28	36	23	33	29	3	51	16	29
SLo	33	32	45	50	41	60	94	49	83	54
Mida de la mostra	94	96	96	99	104	113	117	120	120	

Font: Elaboració pròpia

BE/ME alt a moure's cap a carteres d'un BE/ME més baix. En el cas de la divisió 70/30, com era d'esperar, les carteres amb baixa capitalització agrupen un major nombre d'empreses. Aquí, cal destacar que les empreses de poca capitalització tendeixen a tenir una ràtio BE/ME mitjana. Per les empreses de gran capitalització, sembla ser que hi ha una tendència positiva cap a una ràtio BE/ME gran. Finalment, veiem una gran diferència amb el criteri de Ward, carteres formades per empreses de gran capitalització estan formades per un nombre petit d'empreses amb una tendència a tenir una ràtio BE/ME baixa. De fet, la cartera B/H no està formada per cap empresa en tot el període i, la B/M, poc li falta. Per les empreses pertanyents a carteres de poca capitalització, trobem la mateixa tendència cap a una ràtio BE/ME petita. Aquest resultat, el podem interpretar com que aquestes empreses tendeixen a estar sobrevalorades, característica que és comuna amb els ja comentats *growth stocks*.

Pel que fa les carteres referents al *momentum*, observem que les carteres de poca capitalització formades per les metodologies basades en quantils, acostumen a tenir uns retorns mitjans. Contràriament, el criteri de Ward agrupa la major part d'empreses petites a la cartera S/Lo. Com ja ha passat amb les carteres del model de tres factors, les carteres de gran capitalització ordenades pel criteri de Ward agrupen poques empreses i, les que hi ha, acostumen a trobar-se a la cartera B/Lo.

4.2 Anàlisi de les variables explicatives

A la taula 4 s'inclouen les mitjanes i les desviacions estàndard de les diferents variables calculades fent servir les diferents metodologies proposades en aquest treball.

En primer lloc, pel que fa la prima de risc del mercat, podem concloure que la seva mitjana és negativa però no significativament diferent de zero. Això implica que en la majoria dels casos el retorn del mercat és inferior al dels tipus d'interès lliure de risc. Una possible explicació a aquest fet és que el mercat borsari espanyol s'ha vist afectat per uns retorns constantment baixos al llarg dels últims anys. Cal dir, que els tipus nominals que fem servir en aquest treball són negatius, la qual cosa indica que l'Estat està rebent més diners dels que pagarà als seus creditors per les seves lletres del tresor. El fet que els inversors adquireixin aquests actius pot reflectir la poca confiança d'aquests en la inversió en renda variable, fet que desencadenaria en uns retorns baixos i, sembla ser, que ha estat la tònica dominant del període posterior al del 2017. També cal destacar que els estadístics de la prima de risc no varien en funció de la metodologia, ja que aquesta es

Taula 6: Principals Estadístics de les Variables

	50 – 50			70/30			Mètode Ward		
	Mean	SD	t-test	Mean	SD	t-test	Mean	SD	t-test
$r_m - r_f$	-0.007	0.05	-1.44	-0.007	0.05	-1.44	-0.007	0.05	-1.44
<i>SMB</i>	-0.002	0.037	-0.542	0.003	0.033	0.802	0.0002	0.056	0.032
<i>HML</i>	-0.09	0.044	-2.17	-0.015	0.056	-2.82	-0.007	0.084	-0.852
<i>WML</i>	0.052	0.054	10.11	0.049	0.05	10.19	0.028	0.092	3.14

Font: Elaboració pròpia

calcula independentment de la formació de carteres.

Pel que fa les altres variables, podem observar que aquestes sí que varien segons el mètode de partició de les carteres ja que aquestes deriven directament de les carteres formades en aquest procés. En el cas de l'*SMB*, observem que per a la partició 50/50, la mitjana és negativa, la qual cosa no està en línia amb el que hauriem d'esperar. Per als altres dos mètodes, les mitjanes sí que són positives, indicant, d'aquesta forma, que sí que es produeix el *size effect* comentat prèviament. No obstant això, cap d'aquestes és significativa ja que els valors dels testos són inferiors a 1,96.

Pel que fa a l'*HML*, obtenim que en tots tres casos la mitjana és negativa, de forma que el *value effect* no es compleix en aquest cas. A més a més, aquests resultats són significatius tal i com es mostren a la taula els *t-tests*.

Per altra banda, el *momentum* presenta unes mitjanes positives i significativament diferents de zero per a tots tres mètodes, tot i que els resultats són molt menys robustos en el cas de la segmentació de clústers. Aquest resultat és un fet que podem esperar ja que el *momentum* està definit com la diferència de mitjanes entre les empreses que més retorns tenen i les que menys, essent doncs, necessàriament major a zero.

Per últim, un factor important a tenir en compte per assegurar la validesa dels models és testar la presència de multicolinealitat entre les variables explicatives, el qual podria afectar seriosament els resultats de les estimacions. Per tal de provar que els nostres models són robustos a aquests tipus de problemes, hem fet servir els VIFs. Com podem observar a la taula 7, tots els VIFs es troben en el rang de valors 1-1.8, pel que podem concloure que els regressors semblen no presentar problemes de colinealitat per a qualsevol de les diferents metodologies emprades. D'aquesta forma, cada regressor aportarà un valor explicatiu independent.

Taula 7: Variance inflation factors (VIFs) amb les diferents metodologies emprades

	50 – 50		70/30		Mètode de Ward	
	FF3	FF4	FF3	FF4	FF3	FF4
$r_m - r_f$	1.20	1.45	1.303	1.432	1.035	1.036
<i>SMB</i>	1.019	1.039	1.092	1.117	1.081	1.358
<i>HML</i>	1.184	1.251	1.269	1.697	1.117	1.686
<i>WML</i>	-	1.416	-	1.716	-	1.314

Font: Elaboració pròpia

4.3 Estimació i avaluació

Ara passarem a analitzar els resultats obtinguts un cop estimats els models. Les taules resum 12, 13 i 14, referents a la metodologia proposada per Fama i French; 15, 16 i 17, referents a la metodologia 70/30 i les 18, 19 i 20, referents a la metodologia de Ward, es troben a l'apèndix 2. Aquestes, ens mostren els coeficients estimats dels models *CAPM*, *Fama French de 3 factors* i del *Carhart* de 4 factors així com l'estadístic \bar{R}^2

Pel que fa al mètode 50/50, observem que el *CAPM* mostra uns coeficients positius i significatius en la línia dels trobats a Fama and MacBeth (1973) i també amb els estimats mitjançant les altres dues metodologies. Si comparem les tres metodologies per aquest model mitjançant l' \bar{R}^2 (vure taula 8), veiem que no n'hi ha una que destaquí per ser molt millor que la resta, sinó que les tres semblen tenir un rendiment bastant igualat. Pel que mostren els resultats, ens hem fixat que quan la metodologia 50/50 excel·leix estimant l'excés dels retorns d'una cartera i la metodologia Ward flaqueja, el rendiment de la segmentació 70/30 s'aproxima al de la metodologia 50/50. I, al revés, quan el criteri de Ward destaca en l'estimació d'una cartera i la metodologia 50/50 flaqueja, el rendiment de la segmentació 70/30 s'aproxima al de la metodologia de Ward. Conseqüentment, tot i que no hi hagi un criteri que destaquí molt per sobre de la resta, el mètode 70/30 aconsegueix un rendiment mitjà basat en l' \bar{R}^2 per sobre dels altres dos mètodes.

Respecte el model *Fama French de 3 factors* (FF3), els coeficients de la prima de risc del mercat són significativament positius. Per als coeficients de la variable *SMB*, però, la significació depèn de la cartera que es fa servir com a variable dependent i del mètode emprat per a la segmentació d'aquesta. Seguidament, observem que per a les carteres BL, BLo i BMe, el coeficient de la variable *SMB* no és diferent de 0 sigui quina sigui la metodologia utilitzada. A més, cal destacar, tal i com s'ha explicat al marc teòric, que

les betes de l'SMB són significativament positives per a aquelles carteres on la majoria d'empreses són petites, és a dir, les carteres SL, SM, SH, SLo, SMe i SWi. Finalment, pel que fa als coeficients d'HML, podem dir que la seva significància també varia segons les carteres utilitzades com a variable dependent i el mètode de segmentació. En general, però, obtenim que les carteres on aquesta variable no és significativa són les SLo i BMe. A més, tal i com es suggereix al principi d'aquest treball, es compleix que els coeficients són positius per a les carteres que contenen principalment *value stocks* i negatius per als que contenen principalment *growth stocks*. Tal i com indica l'*F-statistic*, totes les variables són significatives de forma conjunta per a totes les regressions i per a tots els mètodes. Quan comparem aquest model segons la metodologia utilitzada per la creació de les carteres, veiem que succeeix el mateix que anteriorment. D'aquesta forma, el resultat final torna a ser que el criteri 70/30 aconsegueix el millor rendiment en termes d' \bar{R}^2 , seguit pel criteri tradicional

Finalment, tractarem el model *Carhart* (FF4). Els resultats que hem obtingut anteriorment pels coeficients de la prima de risc, l'SMB i l'HML també s'apliquen en aquest model. El mètode 70/30 i el de Ward, semblen millorar les interpretacions del model en comparació a les del criteri 50/50 ja que per a la variable SMB trobem coeficients positius i significatius principalment a les carteres de gran capitalització. Per als altres dos mètodes això no només no és així, sinó que en alguns casos la significància és negativa. També, carteres formades principalment per empreses petites mostren uns coeficients positius i molt significatius en els tres mètodes. A més a més, els resultats de la variable HML són molt similars als del model FF3. Respecte els coeficients per a les carteres dividides en alt i baix *BE/ME*, hem de dir que són els esperats. Per acabar, ens centrem en la nova variable que incorpora el model: l'WML. De les taules apreciem que la seva significància varia segons el mètode de segmentació emprat i la variable dependent. També, volem destacar la no significància de les carteres SMe i BMe ja que aquestes no es tenen en compte a l'hora de calcular el coeficient d'WML i, consegüentment, els retorns no estan correlacionats amb aquesta. També, els coeficients que hem obtingut són consonants amb el marc teòric: positius i significatius per als *winners*(BWi i SWi) i negatius i significatius per als *losers*(BLo i SLo). L'*F-statistic* indica, de nou, que totes les variables incloses en aquest model són significatives de forma conjunta. Quan comparem aquest model per les diferents metodologies emprades, tornem a la tònica d'abans, quan el criteri de Ward destaca en l'estimació d'una cartera i la metodologia 50/50 flaqueja, el rendiment

Taula 8: \bar{R}^2 estimats

Metodologia	Model	SL	SM	SH	BL	BB	BH	SLo	SMe	SWi	BLo	BMe	BWi	Mitjana
50/50	<i>CAPM</i>	0.421	0.330	0.511	0.598	0.886	0.858	0.397	0.325	0.252	0.727	0.891	0.679	0.573
	<i>FF3</i>	0.893	0.653	0.902	0.681	0.892	0.917	0.68	0.487	0.597	0.736	0.892	0.74	0.756
	<i>FF4</i>	0.9	0.710	0.901	0.699	0.891	0.916	0.868	0.483	0.830	0.746	0.893	0.768	0.8
70/30	<i>CAPM</i>	0.231	0.545	0.582	0.576	0.878	0.855	0.535	0.378	0.422	0.71	0.886	0.666	0.605
	<i>FF3</i>	0.887	0.655	0.939	0.74	0.879	0.908	0.734	0.783	0.567	0.717	0.886	0.722	0.785
	<i>FF4</i>	0.887	0.658	0.938	0.74	0.883	0.907	0.814	0.781	0.744	0.814	0.886	0.744	0.816
Ward	<i>CAPM</i>	0.469	0.302	0.262	0.862	0.775	0.736	0.426	0.443	0.259	0.812	0.632	0.362	0.528
	<i>FF3</i>	0.754	0.730	0.929	0.869	0.783	0.866	0.607	0.761	0.459	0.815	0.625	0.403	0.717
	<i>FF4</i>	0.766	0.727	0.934	0.874	0.780	0.878	0.676	0.760	0.839	0.831	0.626	0.821	0.792

Font: Elaboració pròpia

de la segmentació 70/30 s'aproxima al de la metodologia de Ward i, al revés. Per tant, el resultat és el mateix, la millor metodologia en termes d' \bar{R}^2 per el FF4 és la 70/30.

D'altra banda, la capacitat explicativa del model FF3 millora considerablament la del *CAPM* per a la majoria de carteres i metodologies, tal i com es pot observar quan comparem l' \bar{R}^2 a la Taula 5. La millora és important per a les carteres SL, SM, SH, BL, BH, SLo, SMe, SWi i BWi. Per a la resta, la millora respecte el *CAPM* és petita i, fins i tot, negativa per a la cartera BMe basada en el criteri de Ward. Una possible explicació a això és que la inclusió de les variables SMB i HML aconseguixen captar part de la variació dels retorns d'aquestes carteres i, en especial, d'aquelles que estan formades segons la capitalització i el *BE/ME*. Aquest resultat segueix la línia dels trobats a Fama and French (1993) on les carteres dividides en quartils segons capitalització i *BE/ME* tenen un \bar{R}^2 molt més gran per al *FF3* que per al *CAPM*.

Quan comparem els models *FF3* i *FF4*, observem que les diferències en el poder explicatiu d'aquests són molt petites tret de les carteres SLo, SWi i BWi, fet que podria estar explicat per com estan basades aquestes carteres: en el *momentum* i la capitalització. Per a la resta de casos, els increments són petits i, fins i tot, en algun de concret, lleugerament negatiu. Això està explicat per la penalització que \bar{R}^2 dona als models amb més paràmetres, de forma que aquells models amb un poder explicatiu similar però amb més paràmetres obtindran un valor d' \bar{R}^2 inferior. Aquests resultats són molt semblants als trobats a Evbayiro-Osagie and Osamwonyi (2017), tot i que aquí fan servir R^2 en comptes del \bar{R}^2 . Els autors troben que l' R^2 no millora de forma pronunciada per a la gran majoria de les carteres i, en molts casos, ni ho arriba a fer. El canvi només és important per algunes de les carteres creades a partir del *momentum*, tal i com hem obtingut en

aquest treball. A la taula 5, però, hi podem observar que la mitjana de l' \overline{R}^2 és superior en el model *FF4* respecte el model *FF3*, particularment degut al gran augment de poder explicatiu en les carteres SLo, SWi, BLo i BWi.

Per últim, volem comentar que el mètode Ward ens permet fer una segmentació de les empreses segons capitalització, *BE/ME* i *momentum* més fiable, car la mostra té un elevat nombre d'empreses amb baixa capitalització que podrien esbiaixar els resultats utilitzant la metodologia tradicional. Aquest mètode agafa un punt de tall per la capitalització semblant al que utilitzem en el criteri 70/30 i, per tant, no s'observa una gran diferència en els coeficients estimats. Tot i així, els models més conflictius (els de capitalització gran), semblen tenir uns errors estàndard més baixos i millors coeficients que la resta de metodologies. Volem afegir, que aquest mètode pot funcionar molt millor en mercats amb un volum de negociació i un nombre d'empreses molt més gran.

5 CONCLUSIONS

En un primer moment, l'objectiu del treball era respondre quin era el model que aconseguia explicar més bé l'excés dels retorns del mercat espanyol. No obstant, ens hem trobat en un context caracteritzat per haver-hi una manca de liquidesa, una gran quantitat d'empreses petites i, en general, poques empreses en comparació el context el qual es va aplicar el model de Fama French en l'article original, que va ser el mercat financer estatunidenc. Tot plegat resulta en una escassetat d'informació que, bàsicament, és el que necessita l'estadística per a validar les hipòtesis. Aquesta situació, ens ha portat a pensar dos nous mètodes de creació de carteres ja que el mètode tradicional, en un principi, presentava problemes d'extrapolació a aquest context. Un d'aquests mètodes, ha estat el de Ward i, com hem explicat anteriorment, consisteix en l'ús de clústers per a la creació de carteres. També, vam pensar que seria convenient utilitzar un tercer criteri per no comparar dues metodologies tan diferenciades. Aquest ha estat basat en la distribució de la capitalització de la mostra d'empreses i és el que hem anomenat com a 70/30.

L'ús del criteri de Ward ha estat molt útil a l'hora de determinar la frontera que separa les empreses petites de les grans en termes de capitalització. Amb aquest i el 70/30, hem pogut evitar el fet que empreses que teòricament s'han de considerar petites s'assignin a una cartera d'empreses grans, fet que aplicant la metodologia tradicional no es compleix. Doncs bé, amb aquest mètode aconseguim que els coeficients de la variable SMB puguin,

realment, reflectir el *size effect* ja que les carteres basades en empreses grans tenen els coeficients negatius i les carteres amb empreses petites els tenen positius. Això també es compleix utilitzant el mètode 70/30 i, com hem dit fa un moment, no es compleix en la metodologia tradicional. Malauradament, el mètode clúster és el que té uns \bar{R}^2 més petits en mitja, la qual cosa indica que és el mètode amb menys poder explicatiu.

També volem destacar el fet que el model amb més valor explicatiu sembla ser el del 70/30 ja que els seus \bar{R}^2 són més grans que els dels altres dos mètodes en mitjana sigui quin sigui el model. Això, juntament amb la bona reproducció del *size effect*, ens fa pensar que aquest és possiblement el millor mètode per a estudiar els retorns del mercat espanyol. No obstant això, els \bar{R}^2 s'apropen en pocs casos als trobats a Fama and French (1993), on pràcticament tots són superiors a 0.9.

Per tal d'obtenir uns resultats similars a aquests, creiem que els models s'haurien d'aplicar a mercats amb un gran volum de negociació i amb una quantitat d'empreses molt superior a la que hem pogut comptar en aquest estudi, com és el cas del mercat estatunidenc. En aquest sentit, creiem que l'ús del mètode de Ward podria millorar la metodologia tradicional si el poguéssim aplicar en aquests contextos.

En relació el poder explicatiu dels models, hem vist que el model que s'adequa més al mercat espanyol és el model de quatre factors. Cal dir que la decisió està basada en la mitjana de l' \bar{R}^2 obtingut en les tres metodologies. En cap cas, aquest model té un rendiment molt superior als altres dos en l'explicació de l'excés dels retorns de cada cartera, hi ha carteres on aquest model sí que excel·leix, però també n'hi ha que no. També, cal dir que el model de 3 factors obté uns resultats molt semblants. De fet, els seus valors són molt més propers als del model de 4 factors que els que hem obtingut pel *CAPM*. Consegüentment, podem dir que el model *CAPM* ha estat el pitjor dels tres, tal i com era de preveure al ser un model simple d'un sol factor.

D'altra banda, un dels possibles inconvenients que presenta el nostre estudi i que està relacionat directament amb l'obtenció de dades, és la manca d'empreses que sí que cotitzaven en un passat però que no ho fan al darrer període, que és el moment en el qual hem basat la selecció d'empreses. Per tant, és possible que estiguem obviant el que es coneix com a biaix de supervivència. No obstant això creiem que aquest és en el pitjor dels casos petit, ja que el nostre període d'estudi és curt i són poques les empreses que compleixen aquesta característica.

També, cal destacar els problemes que hem tingut a l'hora d'obtenir informació sobre

la capitalització i patrimoni net d'empreses amb unes característiques molt determinades: molt petites i amb un volum de negociació molt petit. Aquest és també un problema menor, ja que això només ha sigut en el cas de 8 empreses.

Per acabar, creiem que l'anàlisi presentada en aquest treball obre noves vies d'optimització a l'hora de computar factors del model *FamaFrench* en contextos i mercats diferents. En particular, l'agrupament òptim de carteres pel càlcul dels factors del models es revela com una àrea interessant de recerca i, en especial, creiem que fora de gran interès estudiar la bondat del criteri de Ward en mercats més grans, donada la seva capacitat de crear clústers de manera sistemàtica.

REFERÈNCIES

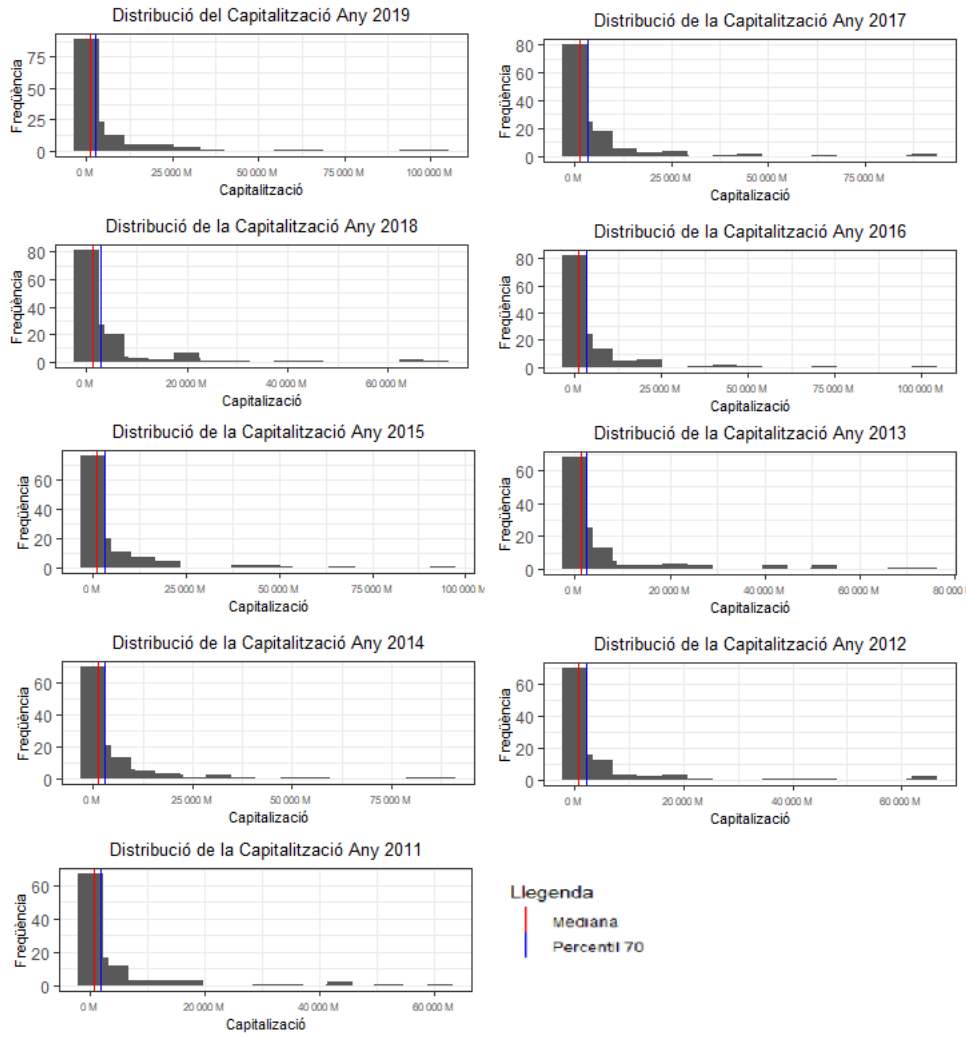
- Amadeus. (2020). Retrieved April 14, 2020, from https://amadeus-bvdinfo-com.sare.upf.edu/Search.QuickSearch.serv?%7B%5C_%7DCID=1%7B%5C&%7Dcontext=2SGGBOD5QL7JF5A
- Banco de España - Estadísticas - 19. Tipos de interés y tipos de cambio. (2020). Retrieved May 13, 2020, from <https://www.bde.es/webbde/es/estadis/infoest/tipos/tipos.html>
- Banz, R. W. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, 9(1), 3–18. <https://ideas.repec.org/a/eee/jfinec/v9y1981i1p3-18.html>
- Carhart, M. M. (1997). On persistence in mutual fund performance (article). *The Journal of Finance*, 10(1), 57–82. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1997.tb03808.x>
- Comisión Nacional del Mercado de Valores. (2020). Retrieved April 18, 2020, from <https://www.cnmv.es/Portal/consultas/busqueda.aspx?id=25>
- Cook, R. D. (1977). Detection of influential observation in linear regression. *Technometrics*, 19(1), 15–18. <http://www.jstor.org/stable/1268249>
- Evbayiro-Osagie, E., & Osamwonyi, I. (2017). A comparative analysis of four-factor model and three-factor model in the nigerian stock market. *International Journal of Financial Research*, 8, 38. <https://doi.org/10.5430/ijfr.v8n4p38>
- Fama, E. F., & French, K. R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 47(2), 427–465. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1992.tb04398.x>
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33, 3–56.
- Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The capital asset pricing model: Theory and evidence. *Journal of Economic Perspectives*, 18(3), 25–46. <https://doi.org/10.1257/0895330042162430>
- Fama, E. F., & MacBeth, J. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of Political Economy*, 81(3), <https://doi.org/10.1086/260061>, 607–636. <https://doi.org/10.1086/260061>
- Hair, J., Black, W., Babin, B., & Anderson, R. (2010). *Multivariate data analysis: A global perspective*.

- Investing. (2020). Investing.com - Stock Market Quotes & Financial News. Retrieved April 8, 2020, from <https://www.investing.com/>
- Jareño, F., De la O González, M., & Munera, L. (2020). Analysis of the Spanish IBEX-35 companies' returns using extensions of the Fama and French factor models. *Symmetry*, *12*(2), 295. <https://doi.org/10.3390/sym12020295>
- Jareño, F., González, M., Tolentino, M., & Rodríguez, S. (2018). Interest rate sensitivity of Spanish companies. An extension of the Fama and French five-factor model. *Acta Oeconomica*, *68*, 617–638. <https://doi.org/10.1556/032.2018.68.4.7>
- Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *The Journal of Finance*, *48*(1), 65–91. <http://www.jstor.org/stable/2328882>
- Kaufman, L., & Rousseeuw, P. J. (1990). *Finding groups in data: An introduction to cluster analysis*. John Wiley.
- Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, *47*(1), 13. <https://doi.org/10.2307/1924119>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, *7*(1), 77–91. <http://www.jstor.org/stable/2975974>
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, *34*(4), 768. <https://doi.org/10.2307/1910098>
- Rosenberg, B., Reid, K., & Lanstein, R. (1985). Persuasive evidence of market inefficiency. *The Journal of Portfolio Management*, *11*(3), <https://bit.ly/3cFL6Zc>, 9–16. <https://doi.org/10.3905/jpm.1985.409007>
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, *19*(3), 425–442. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>
- Treynor, J. L. (1961). Market Value, Time, and Risk. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2600356>
- Ward, J. H. (1963). Hierarchical Grouping to Optimize an Objective Function. *Journal of the American Statistical Association*, *58*(301), 236–244. <https://doi.org/10.1080/01621459.1963.10500845>
- Yahoo. (2020). Yahoo Finance - Stock Market Live, Quotes, Business & Finance News. Retrieved April 11, 2020, from <https://finance.yahoo.com/>

APÈNDIX

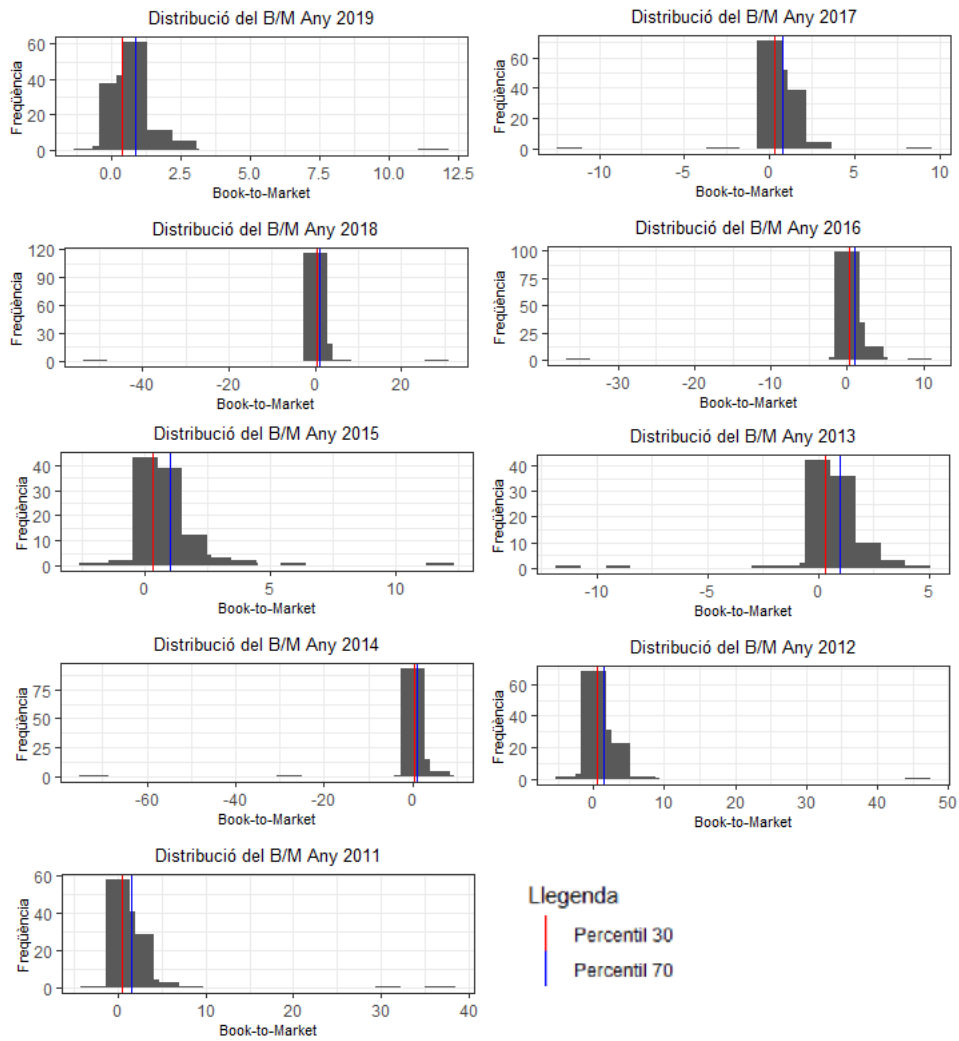
Apèndix 1: Distribució de les variables

Figura 1: Distribució de la Capitalització



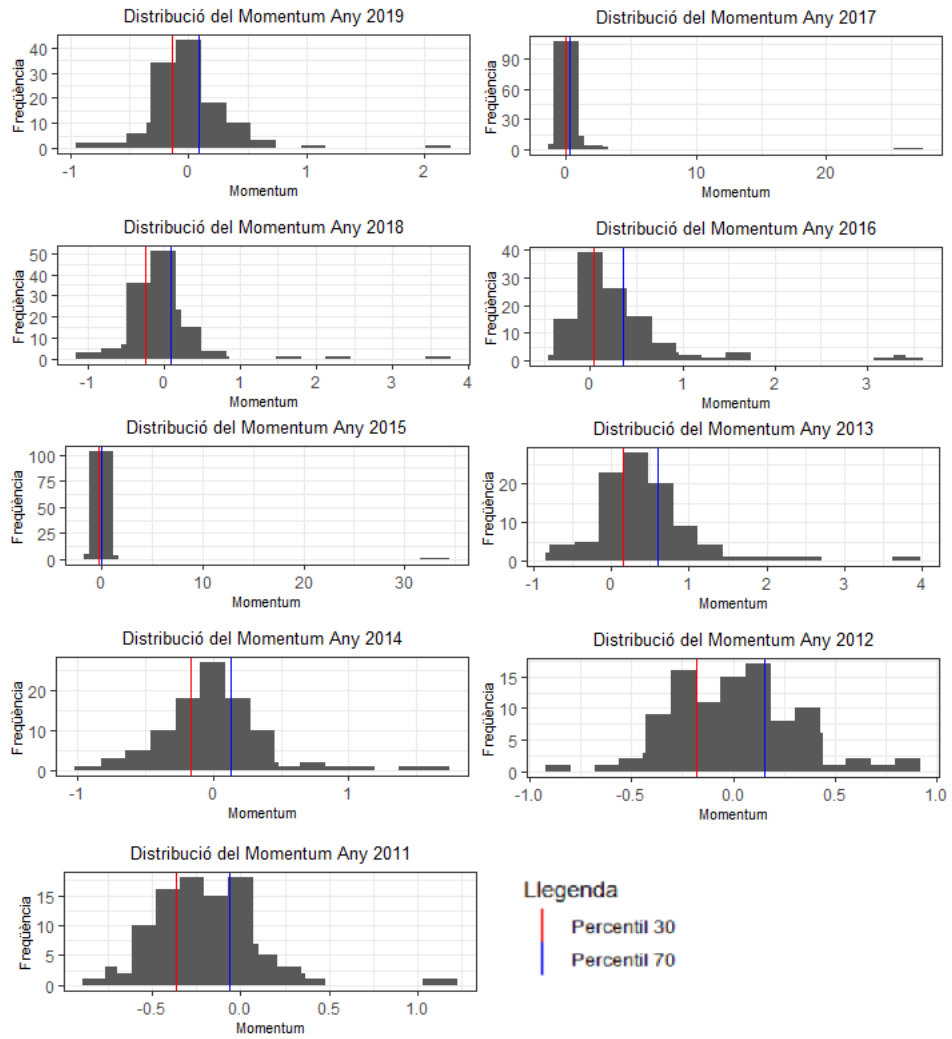
Font: Elaboració pròpia

Figura 2: Distribució del *Book to Market Equity*



Font: Elaboració pròpia

Figura 3: Distribució del *Momentum*



Font: Elaboració pròpia

Taula 9: Taula d'estadístiques de la Capitalització

Estadístiques	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011
Mínim	11	13	15	15	13	0.675	1.28	1.55	2.66
1r Quartil	228.75	191.5	202	177	148	119	160.5	75.75	108
Mediana	1,023.94	1,105.47	1,330	977	945.5	1,036	1,297	618.5	632.5
Mitjana	6,565.85	5,658.9	6,607.47	6,074.66	6,081.77	6,467.25	6,292.12	4,832.14	4,793.71
3r Quartil	3,874.5	3,967.5	4,042	3,754	3,715.25	4,126	3,841.5	3,079.5	2,506.76
Màxim	101,728	69,657	90,523	101,073	94,076	88,041	73,735	64,328	61,089
Asimetria	4.21	3.5	3.82	4.2	3.9	3.71	3.22	3.61	3.32
Curtosi	22.7	15.87	18.93	23.48	20.07	17.82	13.28	16.14	13.98
SD	15,883.46	12,496.52	15,067.52	14,311.51	14,172.45	14,954.56	14,082.16	11,857.18	11,134.14
Mida de la mostra	117	120	117	113	104	99	96	96	94

Font: Elaboració pròpia

Taula 10: Taula d'estadístiques del *Book to Market Equity*

Estadístiques	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011
Mínim	-0.51	-51.84	-11.04	-34.77	-2.17	-70.19	-11.31	-3.11	-1.48
1r Quartil	0.32	0.29	0.24	0.21	0.24	0.24	0.26	0.41	0.5
Mediana	0.61	0.59	0.53	0.58	0.57	0.7	0.6	0.89	0.96
Mitjana	0.83	0.55	0.64	0.52	0.95	-0.19	0.56	1.7	2.03
3r Quartil	0.93	0.98	1.03	1.06	1.1	1.11	1.14	1.91	1.89
Màxim	11.89	27.5	9.49	10.02	11.67	7.78	4.46	46.17	37.66
Asimetria	6.87	-6.45	-2.19	-8.57	4.28	-8.03	-4.21	8.24	6.03
Curtosi	62.9	77.1	41.18	88	29.89	70.59	27.12	76.2	40.56
SD	1.2	5.46	1.52	3.55	1.47	7.74	1.86	4.83	4.97
Mida de la mostra	117	120	117	113	104	99	96	96	94

Font: Elaboració pròpia

Taula 11: Taula d'estadístiques del *Momentum*

Estadístiques	2020	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011
Mínim	-0.77	-0.94	-0.93	-0.39	-0.81	-0.99	-0.79	-0.85	-0.76	-0.71
1r Quartil	-0.19	-0.26	-0.08	0	-0.25	-0.21	0.08	-0.21	-0.41	-0.28
Mediana	-0.05	-0.09	0.12	0.14	-0.01	-0.03	0.3	-0.01	-0.22	-0.08
Mitjana	0	-0.03	0.38	0.29	0.27	0.01	0.43	0.01	-0.21	-0.08
3r Quartil	0.12	0.12	0.31	0.43	0.11	0.18	0.62	0.18	-0.03	0.10
Màxim	2.2	3.65	25.61	3.35	32.49	1.58	3.67	0.87	1.17	0.66
Asimetria	2.5	3.75	9.81	3.19	9.91	1.13	1.95	0.26	1.27	0.29
Curtosi	17.51	24.74	101.21	16.55	100.1	6.46	10.11	3.31	8.11	2.67
SD	0.34	0.53	2.46	0.56	3.21	0.4	0.63	0.31	0.28	0.31
Mida de la mostra	122	118	113	111	105	100	99	97	91	90

Font: Elaboració pròpia

Apèndix 2: Regressions

Taula 12: Regressió amb el model *CAPM* - metodologia 50/50

		<i>Dependent variable:</i>											
		SL	SM	SH	BL	BM	BH	SLo	SMe	SWi	BLo	BMe	BWi
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
RP		0.947*** (0.107)	0.603*** (0.082)	1.063*** (0.100)	0.690*** (0.055)	0.970*** (0.034)	1.241*** (0.049)	1.178*** (0.139)	0.695*** (0.096)	0.687*** (0.113)	1.249*** (0.074)	0.970*** (0.033)	0.719*** (0.048)
Constaut		0.001 (0.006)	0.004 (0.004)	-0.001 (0.005)	0.010*** (0.003)	0.003** (0.002)	-0.001 (0.003)	-0.027*** (0.007)	0.006 (0.005)	0.034*** (0.006)	-0.017*** (0.004)	0.002 (0.002)	0.019*** (0.002)
Observations		108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108
R ²		0.426	0.336	0.516	0.602	0.888	0.859	0.402	0.331	0.259	0.730	0.892	0.682
Adjusted R ²		0.421	0.330	0.511	0.598	0.886	0.858	0.397	0.325	0.252	0.727	0.891	0.679
Residual Std. Error (df = 106)		0.057	0.044	0.053	0.029	0.018	0.026	0.074	0.051	0.060	0.039	0.017	0.025
F Statistic (df = 1; 106)		78.716***	53.744***	112.894***	160.008***	836.393***	645.995***	71.346***	52.415***	37.087***	286.558***	876.629***	227.758***

Font: Elaboració pròpia

Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Taula 13: Regressió amb el model FF3 - metodologia 50/50

	<i>Dependent variable:</i>											
	SL (1)	SM (2)	SH (3)	BL (4)	BM (5)	BH (6)	SLo (7)	SMe (8)	SWi (9)	BLo (10)	BMe (11)	BWi (12)
RP	1.277*** (0.050)	0.680*** (0.065)	0.970*** (0.049)	0.806*** (0.053)	1.008*** (0.036)	1.112*** (0.041)	1.372*** (0.111)	0.726*** (0.092)	0.863*** (0.091)	1.180*** (0.079)	0.963*** (0.036)	0.813*** (0.047)
SMB	1.184*** (0.064)	0.831*** (0.083)	1.127*** (0.063)	0.040 (0.068)	0.005 (0.046)	0.097* (0.052)	1.373*** (0.142)	0.691*** (0.117)	1.084*** (0.116)	0.041 (0.102)	0.069 (0.046)	-0.017 (0.060)
HML	-0.648*** (0.059)	0.011 (0.076)	0.602*** (0.057)	-0.337*** (0.062)	-0.111*** (0.042)	0.413*** (0.048)	-0.184 (0.130)	0.105 (0.107)	-0.216** (0.106)	0.218** (0.093)	0.040 (0.042)	-0.286*** (0.055)
Constant	-0.0002 (0.002)	0.007** (0.003)	0.006** (0.002)	0.008*** (0.003)	0.003 (0.002)	0.002 (0.002)	-0.025*** (0.005)	0.008* (0.004)	0.035*** (0.004)	-0.015*** (0.004)	0.003 (0.002)	0.017*** (0.002)
Observations	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108
R ²	0.896	0.662	0.905	0.690	0.895	0.919	0.689	0.502	0.608	0.744	0.895	0.748
Adjusted R ²	0.893	0.653	0.902	0.681	0.892	0.917	0.680	0.487	0.597	0.736	0.892	0.740
Residual Std. Error (df = 104)	0.024	0.032	0.024	0.026	0.017	0.020	0.054	0.044	0.044	0.039	0.017	0.023
F Statistic (df = 3; 104)	298.967***	68.021***	330.549***	77.209***	294.338***	393.050***	76.870***	34.896***	53.731***	100.615***	296.485***	102.698***

Note: * p<0.1; ** p<0.05; *** p<0.01
Font: Elaboració pròpia

Taula 14: Regressió amb el model FF4 - metodologia 50/50

	<i>Dependent variable:</i>											
	SL (1)	SM (2)	SH (3)	BL (4)	BM (5)	BH (6)	SLo (7)	SMe (8)	SWi (9)	BLo (10)	BMe (11)	BWi (12)
RP	1.212*** (0.053)	0.805*** (0.065)	0.971*** (0.054)	0.869*** (0.057)	1.009*** (0.040)	1.110*** (0.045)	0.973*** (0.078)	0.746*** (0.101)	1.186*** (0.065)	1.101*** (0.086)	0.985*** (0.039)	0.888*** (0.049)
SMB	1.158*** (0.063)	0.881*** (0.077)	1.127*** (0.063)	0.065 (0.067)	0.005 (0.047)	0.096* (0.053)	1.215*** (0.092)	0.699*** (0.119)	1.212*** (0.076)	0.009 (0.101)	0.078* (0.046)	0.012 (0.057)
HML	-0.687*** (0.058)	0.087 (0.072)	0.602*** (0.059)	-0.299*** (0.062)	-0.111** (0.044)	0.412*** (0.050)	-0.428*** (0.086)	0.117 (0.111)	-0.018 (0.071)	0.169* (0.094)	0.053 (0.043)	-0.240*** (0.054)
WML	-0.148*** (0.051)	0.287*** (0.062)	0.001 (0.051)	0.143*** (0.054)	0.003 (0.038)	-0.006 (0.043)	-0.911*** (0.074)	0.045 (0.096)	0.737*** (0.061)	-0.181** (0.081)	0.050 (0.037)	0.171*** (0.046)
Constant	0.007** (0.003)	-0.007 (0.004)	0.006* (0.003)	0.001 (0.004)	0.003 (0.002)	0.002 (0.003)	0.018*** (0.005)	0.006 (0.006)	0.001 (0.004)	-0.007 (0.005)	0.0003 (0.002)	0.010*** (0.003)
Observations	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108
R ²	0.904	0.721	0.905	0.710	0.895	0.919	0.873	0.503	0.836	0.756	0.897	0.777
Adjusted R ²	0.900	0.710	0.901	0.699	0.891	0.916	0.868	0.483	0.830	0.746	0.893	0.768
Residual Std. Error (df = 103)	0.024	0.029	0.024	0.025	0.018	0.020	0.035	0.045	0.029	0.038	0.017	0.022
F Statistic (df = 4; 103)	242.628***	66.498***	245.528***	63.008***	218.646***	292.007***	177.529***	26.032***	131.485***	79.586***	224.482***	89.746***

Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01
Font: Elaboració pròpia

Taula 15: Regressió amb el model CAPM - metodologia 70/30

	<i>Dependent variable:</i>											
	SL (1)	SM (2)	SH (3)	BL (4)	BM (5)	BH (6)	SLo (7)	SMe (8)	SWi (9)	BLo (10)	BMe (11)	BWi (12)
RP	0.661*** (0.115)	0.685*** (0.060)	1.068*** (0.087)	0.687*** (0.057)	0.988*** (0.035)	1.252*** (0.050)	1.085*** (0.097)	0.664*** (0.082)	0.733*** (0.082)	1.269*** (0.078)	0.993*** (0.034)	0.716*** (0.049)
Constant	0.011* (0.006)	0.005 (0.003)	-0.0002 (0.005)	0.010*** (0.003)	0.003* (0.002)	-0.002 (0.003)	-0.021*** (0.005)	0.005 (0.004)	0.035*** (0.004)	-0.016*** (0.004)	0.002 (0.002)	0.019*** (0.003)
Observations	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108
R ²	0.239	0.549	0.586	0.580	0.880	0.856	0.539	0.384	0.428	0.713	0.887	0.669
Adjusted R ²	0.231	0.545	0.582	0.576	0.878	0.855	0.535	0.378	0.422	0.710	0.886	0.666
Residual Std. Error (df = 106)	0.061	0.032	0.046	0.030	0.019	0.027	0.052	0.043	0.044	0.042	0.018	0.026
F Statistic (df = 1; 106)	33.215***	129.172***	149.877***	146.109***	774.147***	630.622***	124.067***	66.095***	79.232***	262.820***	834.254***	214.296***

Font: Elaboració pròpia

Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Taula 16: Regressió amb el model FF3 - metodologia 70/30

	<i>Dependent variable:</i>											
	SL (1)	SM (2)	SH (3)	BL (4)	BM (5)	BH (6)	SLo (7)	SMe (8)	SWi (9)	BLo (10)	BMe (11)	BWi (12)
RP	1.225*** (0.050)	0.756*** (0.060)	0.983*** (0.038)	0.856*** (0.051)	1.010*** (0.040)	1.098*** (0.045)	1.037*** (0.084)	0.975*** (0.055)	0.891*** (0.081)	1.184*** (0.088)	1.015*** (0.039)	0.799*** (0.051)
SMB	1.258*** (0.072)	0.517*** (0.086)	1.124*** (0.055)	-0.104 (0.073)	-0.029 (0.058)	0.030 (0.065)	0.932*** (0.121)	0.954*** (0.079)	0.687*** (0.117)	-0.005 (0.127)	0.075 (0.056)	-0.129* (0.073)
HML	-0.718*** (0.046)	0.036 (0.055)	0.570*** (0.035)	-0.384*** (0.046)	-0.055 (0.037)	0.328*** (0.041)	0.427*** (0.077)	-0.304*** (0.050)	-0.083 (0.074)	0.172** (0.081)	-0.019 (0.036)	-0.216*** (0.047)
Constant	0.001 (0.002)	0.004 (0.003)	0.005*** (0.002)	0.006** (0.002)	0.003 (0.002)	0.002 (0.002)	-0.018*** (0.004)	0.001 (0.003)	0.033*** (0.004)	-0.014*** (0.004)	0.002 (0.002)	0.016*** (0.002)
Observations	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108
R ²	0.890	0.665	0.940	0.747	0.882	0.910	0.742	0.789	0.579	0.725	0.890	0.729
Adjusted R ²	0.887	0.655	0.939	0.740	0.879	0.908	0.734	0.783	0.567	0.717	0.886	0.722
Residual Std. Error (df = 104)	0.023	0.028	0.018	0.024	0.019	0.021	0.039	0.026	0.038	0.041	0.018	0.024
F Statistic (df = 3; 104)	281.052***	68.714***	545.503***	102.316***	259.712***	351.581***	99.608***	129.619***	47.759***	91.316***	279.448***	93.428***

Font: Elaboració pròpia

Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Taula 17: Regressió amb el model FF4 - metodologia 70/30

	<i>Dependent variable:</i>											
	SL (1)	SM (2)	SH (3)	BL (4)	BM (5)	BH (6)	SLo (7)	SMe (8)	SWi (9)	ELo (10)	BMe (11)	BWi (12)
RP	1.209*** (0.053)	0.781*** (0.063)	0.974*** (0.040)	0.873*** (0.053)	0.983*** (0.042)	1.108*** (0.048)	0.889*** (0.074)	0.965*** (0.058)	1.058*** (0.066)	1.017*** (0.075)	1.025*** (0.041)	0.847*** (0.051)
SMB	1.246*** (0.073)	0.534*** (0.087)	1.118*** (0.056)	-0.092 (0.074)	-0.047 (0.058)	0.037 (0.066)	0.829*** (0.103)	0.947*** (0.081)	0.803*** (0.091)	-0.121 (0.104)	0.082 (0.057)	-0.096 (0.071)
HML	-0.746*** (0.053)	0.078 (0.063)	0.555*** (0.040)	-0.356*** (0.054)	-0.100** (0.042)	0.344*** (0.048)	0.177** (0.074)	-0.320*** (0.058)	0.200*** (0.066)	-0.111 (0.075)	-0.002 (0.041)	-0.134** (0.052)
WML	-0.061 (0.059)	0.093 (0.070)	-0.034 (0.045)	0.063 (0.060)	-0.100** (0.047)	0.036 (0.054)	-0.558*** (0.083)	-0.037 (0.065)	0.631*** (0.074)	-0.628*** (0.084)	0.038 (0.046)	0.183*** (0.058)
Constant	0.004 (0.003)	0.001 (0.004)	0.006** (0.003)	0.003 (0.003)	0.007** (0.003)	0.001 (0.003)	0.005 (0.005)	0.002 (0.004)	0.008* (0.004)	0.011** (0.005)	0.0002 (0.003)	0.009*** (0.003)
Observations	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108
R ²	0.891	0.670	0.941	0.750	0.887	0.911	0.821	0.790	0.754	0.821	0.890	0.753
Adjusted R ²	0.887	0.658	0.938	0.740	0.883	0.907	0.814	0.781	0.744	0.814	0.886	0.744
Residual Std. Error (df = 103)	0.023	0.028	0.018	0.024	0.019	0.021	0.033	0.026	0.029	0.033	0.018	0.023
F Statistic (df = 4; 103)	211.181***	52.353***	407.513***	77.091***	202.511***	262.374***	117.705***	96.659***	78.871***	118.259***	209.074***	78.685***

Font: Elaboració pròpia

Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Taula 18: Regressió amb el model CAPM - metodologia Ward

	<i>Dependent variable:</i>											
	SL (1)	SM (2)	SH (3)	BL (4)	BM (5)	BH (6)	SLo (7)	SMe (8)	SWi (9)	BLo (10)	BMe (11)	BWi (12)
RP	0.881*** (0.090)	1.156*** (0.168)	1.005*** (0.161)	0.963*** (0.040)	0.975*** (0.057)	1.586*** (0.138)	0.701*** (0.078)	1.213*** (0.131)	1.041*** (0.168)	0.886*** (0.041)	1.373*** (0.114)	1.171*** (0.158)
Constant	0.008* (0.005)	-0.006 (0.009)	0.005 (0.008)	0.008*** (0.002)	-0.000005 (0.003)	-0.010 (0.006)	0.002 (0.004)	-0.003 (0.007)	0.032*** (0.009)	0.002 (0.002)	-0.007 (0.005)	0.022** (0.008)
Observations	108	108	108	96	84	48	108	108	108	108	84	96
R ²	0.474	0.309	0.269	0.863	0.778	0.742	0.432	0.448	0.266	0.813	0.637	0.369
Adjusted R ²	0.469	0.302	0.262	0.862	0.775	0.736	0.426	0.443	0.259	0.812	0.632	0.362
Residual Std. Error	0.048	0.089	0.086	0.020	0.025	0.043	0.042	0.070	0.089	0.022	0.047	0.081
F Statistic	95.337*** (df = 1; 106)	47.307*** (df = 1; 106)	38.913*** (df = 1; 106)	593.666*** (df = 1; 94)	287.472*** (df = 1; 82)	132.160*** (df = 1; 46)	80.509*** (df = 1; 106)	86.133*** (df = 1; 106)	38.353*** (df = 1; 106)	462.070*** (df = 1; 106)	143.818*** (df = 1; 82)	54.991*** (df = 1; 94)

Font: Elaboració pròpia

Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Taula 19: Regressió amb el model FF3 - metodologia Ward

<i>Dependent variable:</i>												
	SL (1)	SM (2)	SH (3)	BL (4)	BM (5)	BH (6)	SLo (7)	SMe (8)	SWi (9)	BLo (10)	BMe (11)	BWi (12)
RP	0.932*** (0.062)	1.221*** (0.105)	0.894*** (0.050)	0.980*** (0.039)	0.939*** (0.059)	1.512*** (0.099)	0.703*** (0.065)	1.243*** (0.086)	0.974*** (0.145)	0.893*** (0.041)	1.364*** (0.118)	1.136*** (0.153)
SMB	0.736*** (0.066)	1.423*** (0.112)	0.572*** (0.054)	0.037 (0.041)	-0.119* (0.071)	0.006 (0.091)	0.411*** (0.069)	1.015*** (0.092)	0.312** (0.154)	-0.011 (0.044)	0.046 (0.109)	-0.290* (0.162)
HML	-0.259*** (0.044)	-0.291*** (0.075)	0.721*** (0.036)	-0.071** (0.028)	0.079** (0.037)	0.597*** (0.093)	0.018 (0.046)	-0.101 (0.061)	0.433*** (0.103)	-0.045 (0.029)	0.022 (0.073)	0.350*** (0.124)
Constant	0.007** (0.003)	-0.008 (0.005)	0.009*** (0.003)	0.007*** (0.002)	0.001 (0.003)	0.002 (0.005)	0.002 (0.003)	-0.003 (0.004)	0.035*** (0.007)	0.002 (0.002)	-0.007 (0.005)	0.027*** (0.008)
Observations	108	108	108	96	84	48	108	108	108	108	84	96
R ²	0.761	0.738	0.931	0.873	0.791	0.874	0.618	0.768	0.474	0.820	0.639	0.421
Adjusted R ²	0.754	0.730	0.929	0.869	0.783	0.866	0.607	0.761	0.459	0.815	0.625	0.403
Residual Std. Error	0.033	0.056	0.027	0.019	0.024	0.031	0.034	0.046	0.076	0.022	0.048	0.078
F Statistic	110.516*** (df = 3; 104)	97.489*** (df = 3; 104)	464.846*** (df = 3; 104)	210.528*** (df = 3; 92)	100.663*** (df = 3; 80)	102.046*** (df = 3; 44)	56.120*** (df = 3; 104)	114.848*** (df = 3; 104)	31.243*** (df = 3; 104)	157.950*** (df = 3; 104)	47.103*** (df = 3; 80)	22.337*** (df = 3; 92)

Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01
Font: Elaboració pròpia

Taula 20: Regressió amb el model FF4 - metodologia Ward

	<i>Dependent variable:</i>											
	SL (1)	SM (2)	SH (3)	BL (4)	BM (5)	BH (6)	SLo (7)	SMe (8)	SWi (9)	BLo (10)	BMe (11)	BWi (12)
RP	0.911*** (0.061)	1.222*** (0.107)	0.873*** (0.049)	0.974*** (0.038)	0.944*** (0.061)	1.456*** (0.097)	0.744*** (0.060)	1.237*** (0.087)	0.795*** (0.080)	0.912*** (0.040)	1.338*** (0.120)	0.881*** (0.086)
SMB	0.751*** (0.064)	1.423*** (0.113)	0.586*** (0.052)	0.049 (0.040)	-0.121* (0.072)	-0.017 (0.088)	0.383*** (0.063)	1.018*** (0.092)	0.433*** (0.084)	-0.023 (0.042)	0.034 (0.109)	-0.099 (0.089)
HML	-0.311*** (0.048)	-0.290*** (0.084)	0.669*** (0.038)	-0.103*** (0.031)	0.087** (0.043)	0.493*** (0.099)	0.117** (0.047)	-0.114* (0.068)	0.003 (0.062)	-0.001 (0.031)	-0.042 (0.092)	0.152** (0.069)
WML	0.096** (0.038)	-0.001 (0.067)	0.096*** (0.031)	0.057** (0.025)	-0.013 (0.032)	0.129** (0.055)	-0.181*** (0.038)	0.025 (0.055)	0.790*** (0.050)	-0.082*** (0.025)	0.078 (0.069)	0.970*** (0.066)
Constant	0.004 (0.003)	-0.008 (0.006)	0.006** (0.003)	0.006*** (0.002)	0.001 (0.003)	-0.002 (0.005)	0.008** (0.003)	-0.004 (0.005)	0.008* (0.004)	0.005** (0.002)	-0.010* (0.006)	0.007 (0.005)
Observations	108	108	108	96	84	48	108	108	108	108	84	96
R ²	0.775	0.738	0.937	0.880	0.791	0.889	0.688	0.769	0.845	0.837	0.644	0.829
Adjusted R ²	0.766	0.727	0.934	0.874	0.780	0.878	0.676	0.760	0.839	0.831	0.626	0.821
Residual Std. Error	0.032	0.056	0.026	0.019	0.024	0.029	0.031	0.046	0.042	0.021	0.048	0.043
F Statistic	88.605*** (df = 4; 103)	72.414*** (df = 4; 103)	379.861*** (df = 4; 103)	166.183*** (df = 4; 91)	74.739*** (df = 4; 79)	85.779*** (df = 4; 43)	56.801*** (df = 4; 103)	85.530*** (df = 4; 103)	140.806*** (df = 4; 103)	132.072*** (df = 4; 103)	35.788*** (df = 4; 79)	110.230*** (df = 4; 91)

Font: Elaboració pròpia

Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01